

Taller de Recuperación Noviembre 2018

Grado 11°

NOTAS:

1. La presentación del taller resuelto se valorará con el 30% de la nota final.
2. La sustentación escrita se valorará con el 70% de la nota final. (Consta de 5 puntos del mismo taller seleccionados al azar)

A. Factorización

1. $x^4 - 8x^2 + 20x^2$
2. $4x^2 + 7mnx - 15m^2 n^2$
3. $16x^6y^8 - 8x^3y^4z^7 + z^{14}$
4. $a^5 - 25a^3 + a^2 - 25$
5. $2r^2 - 2s^2 + hr^2 - hs^2$

B. Simplificación de expresiones algebraicas:

6. $\frac{x^3 - 9x}{x^3 - 6x^2 + 9x}$
7. $\frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2}{x^3 - 2x^2 + x}$
8. $\frac{x^2 + x}{x - 2} \cdot \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x}$
9. $\frac{x^3 - x^2 - 2x}{x^2 + 1} \cdot \frac{x^2 - 9}{x^3 - 2x^2}$
10. $\frac{\frac{x^3 - 9x}{x^2 - 3x + 2}}{x^2 - 5x + 6}$

C. Ecuaciones lineales

11. $9 - 2(x + 4) - 10(25 - x + 4) = 5 - 3x - 4(x + 1)$
12. $\frac{8-4x}{3} - 2(5x + 8) = \frac{2(4x+6)}{9} + 2(10x + 1)$
13. En un tratado del álgebra escrito por el célebre matemático Leonhard Euler, publicado en 1770 aparece el siguiente problema: “En una hostería se alojan 20 personas entre hombres y mujeres. Cada hombre paga 8 monedas por su hospedaje y cada mujer 7, del mismo valor, ascendiendo el total de la cuenta a 144 monedas. Se pregunta cuántos hombres y cuántas mujeres son”
14. Se cuenta que la legendaria fundadora de Praga, la reina Libussa de Bohemia, eligió a su consorte entre tres pretendientes, planteándoles el siguiente problema: ¿cuántas ciruelas contenía un canasto del cual ella sacó la mitad del contenido y una ciruela más para el primer pretendiente; para el segundo la mitad de lo que quedó y una ciruela más y para el tercero la mitad de lo que entonces quedaba y tres ciruelas más, si con esto el canasto se vació. ¿Puedes calcularlo tú?
15. La entrada para una función de teatro al aire libre vale \$ 60, adultos, y \$ 25, niños. La recaudación arrojó un resultado de 280 asistentes y fue de \$ 14.000. ¿Cuántos niños asistieron a la función?

D. Sistemas de Ecuaciones Lineales

16. $7x-5y=34$

17. $-5x-5y = 15$

$4x+2y=18$

$-9x+8y=-53$

18. En cierto colegio, al principio de curso, la relación del número de alumnas al de alumnos era de 8/7. Al finalizar el curso, habían causado baja, por diversas causas, 40 chicas y el 4% de los chicos, y la relación era de 15/14. ¿Cuántos alumnos de cada sexo acabaron el curso?
19. En una granja se venden pollos, pavos y perdices a razón de 1.2, 0.9 y 2.4 €/Kg., respectivamente. En cierta semana los ingresos totales de la granja ascendieron a 3420 €. Además se sabe que la cantidad de pollo vendida superó en 100 Kg a la de pavo y que se vendió de perdiz la mitad que la de pavo. Averiguar la cantidad vendida de cada tipo de carne.
20. Una editorial dispone de tres textos diferentes para Matemáticas de 2o de Bachillerato de Ciencias Sociales y Humanas. El texto A se vende a 9 € el ejemplar; el texto B a 11 € y el C a 13 €. En la campaña correspondiente a un curso académico la editorial ingresó, en concepto de ventas de estos libros de Matemáticas 8400 €. Sabiendo que el libro A se vendió tres veces más que el C, y que el B se vendió tanto como el A y el C juntos. Averiguar cuántos se vendieron de cada tipo.

E. Ecuación Cuadrática

21. $4x^2 - 12x + 9 = 0$

22. $(5x - 3)^2 - 11(4x + 1) = 1$

23. Dos motoristas distanciados por 130 km., parten para encontrarse. Si la velocidad de uno es de 30 km/h y la velocidad del otro es 33 más que el número de horas que pasan antes del encuentro. Determinar la distancia recorrida por ambos antes de encontrarse y el tiempo transcurrido desde que partieron.
24. Calcula el tiempo que tarda un móvil, animado con movimiento uniformemente acelerado, en recorrer 1.044 m, sabiendo que la velocidad inicial es de 40 cm /seg. y la aceleración de 6 cm / seg².
25. Dos automóviles se desplazan a velocidades uniformes sobre la misma ruta cubriendo una distancia de 180 km. Uno va 5 km más despacio que el otro y emplea media hora más en completar el recorrido. A que velocidad vá cada automóvil?

F. Trigonometría

26. Dos barcos parten del mismo puerto a la misma hora. El primero navega a 15° noroeste a 25 nudos. El segundo navega a 30° al noroeste. Después de 2 horas a que distancia se encuentran los barcos entre sí?
27. Resolver la siguiente ecuación trigonométrica para $0^\circ < \alpha < 360^\circ$: $\cos^2 x + 2\cos x - 3 = 0$
28. Demostrar la siguiente identidad trigonométrica: $\tan x + \cot x = \sec^2 x \cot x$
29. Un aspersor funciona con un mecanismo que le produce un movimiento de giro, de ida y vuelta, de 60°. Si el chorro de agua alcanza 16 metros, hallar el área de la superficie de césped regada.

30. Desde un punto A sobre un plano horizontal se halla atado un globo (el globo se sostiene verticalmente en el aire); al mismo nivel de A se eligen otros dos puntos B y C (A, B y C colineales), distantes entre sí 90 m. desde estos puntos B y C se miden los ángulos de elevación (respecto al globo) 40° y 30° respectivamente. Hallar la altura en metros a la cual se encuentra el globo.

G. Geometría Analítica

31. Comprobar que el triángulo de vértices A (2,3), B (-1,6) y C (-4,3) es rectángulo isósceles.
32. Obtener la ecuación general de la recta que es perpendicular a la recta $3y-x-4=0$ y pasa por el punto de intersección de las rectas $y-3x=1$ y $2y+3x=2$.
33. Hallar el centro y el radio de la siguiente circunferencia: (graficarla): $x^2 + y^2 - 8x - 10y - 8 = 0$
34. Dado el triángulo de vértices A(-2,1), B(5,4) y C(2,-3), hallar la longitud de la altura correspondiente al vértice A y el área del mismo.
35. El cuadrilátero con vértices P(1, 2), Q(4, 4), R(5, 9) y S(2, 7) es un paralelogramo, hallar la medida de sus diagonales.

H. Medidas de Dispersión

36. Calcular todas las medidas de dispersión para los datos de la siguiente distribución

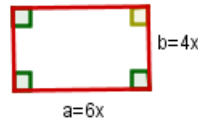
x	0-100	100-200	200-300	300-800
n	90	140	150	120

37. Sumando 5 a cada número del conjunto 3, 6, 2, 1, 7, 5, obtenemos 8, 11, 7, 6, 12, 10. Probar que ambos conjuntos de números tienen la misma desviación típica pero diferentes medias ¿cómo están relacionadas las medias?.
38. Multiplicando cada número 3, 6, 2, 1, 7 y 5 por 2 y sumando entonces 5, obtenemos el conjunto 11, 17, 9, 7, 19, 15. ¿Cuál es la relación entre la desviación típica de ambos conjuntos? ¿Y entre las medias?.
39. Tenemos una variable X de la que sabemos que: $CV = 0,5$ y que $S_x = 3$. ¿Cuál es el valor de la media de X?.
40. Calcular las Desviaciones típicas para ambas zonas y comparar de acuerdo a la distribución de edades del Censo Electoral de Residentes a 1 de enero de 2012 para las comunidades de las zonas Urbana y Rural en Venecia, en tantos por cien.

Edades	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Z. Urbana	3,5	5	4,5	5,5	8,5	8	7,5	9,5	11,5	6,5	7	14,5	8,5
Z. Rural	4,5	5,5	7	12,5	14,5	10	4	6,5	10,5	7	3,5	8,5	6

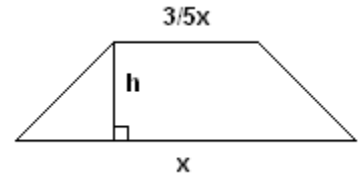
I. Perímetros

41. Hallar el perímetro del rectángulo mostrado en a figura sabiendo que su área son 9600 m^2 .



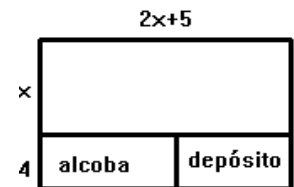
42. Dos cuadrados de 80 cm . de perímetro se unen de manera que forman un rectángulo. Determina la medida de la diagonal del rectángulo formado.

43. Calcular las dimensiones de un trapecio de área 864 m^2 , sabiendo que la base menor es $\frac{3}{5}$ de la mayor y que la altura es igual al tercio de la suma de las bases.



44. Una araña teje 0.50 m . de telaraña por hora. Para completar la primera vuelta teje 0.50 m . El perímetro de cada una de las vueltas siguientes aumenta en 0.50 con relación a la inmediatamente anterior ¿Cuántos metros habrá tejido al terminar la sexta vuelta y cuánto tiempo gastó?

45. Una casa tiene forma rectangular. El largo es igual a dos veces el ancho más cinco; se desea adicionar una alcoba y un depósito que incrementarían el ancho en 4 m . Ésta reforma incrementa el área cubierta en 92 m^2 . Encontrar el perímetro original de la casa

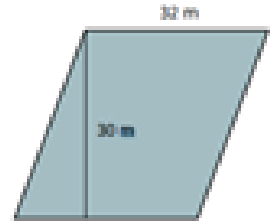


J. Conjuntos

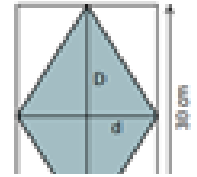
46. Se preguntó a 50 padres de alumnos sobre los deportes que practicaban, obteniéndose los siguientes resultados: 20 practican sólo fútbol, 12 practican fútbol y natación y 10 no practican ninguno de estos deportes. Con estos datos averigua el número de padres que practican natación, el número de ellos que sólo practican natación y el de los que practican alguno de dichos deportes.
47. De un total de 60 alumnos del primer curso del I. B. Todo estudiado: 15 estudian solamente ruso, 11 estudian ruso e inglés, 12 estudian sólo alemán; 8 estudian ruso y alemán; 10 estudian sólo inglés; 5 estudian inglés y alemán; y 3 los tres idiomas. Determina: a) ¿Cuántos no estudian ningún idioma? b) ¿Cuántos estudian alemán? c) ¿Cuántos estudian sólo alemán e inglés? d) ¿Cuántos estudian ruso?
48. Un club consta de 78 personas, de las cuales 50 juegan al fútbol, 32 al baloncesto y 23 al voleibol. Seis figuran en los tres deportes y 10 no practican deporte alguno. ¿Cuántas personas practican sólo un deporte? ¿Cuántas practican sólo dos deportes? ¿Cuántas practican al menos dos deportes? ¿Cuántas practican a lo sumo dos deportes?
49. Determina el número de alumnos de una clase, si se sabe que cada uno participa en al menos una de los tres seminarios de ampliación de las asignaturas Matemáticas, Física o Química. 48 participan en el de Matemáticas, 45 en el de Física, 49 en el de Química, 28 en el de Matemáticas y Física, 26 en el de Matemáticas y Química, 28 en el de Física y Química y 18 en los tres seminarios. ¿Cuántos alumnos participan en los seminarios de Física y Matemáticas, pero no en el de Química? ¿Cuántos participan sólo en el de Química?
50. En un curso compuesto por 22 alumnos; 12 estudian Alemán; 11 estudian inglés y 11 francés, 6 estudian alemán e inglés; 7 estudian Inglés y Francés; 5 estudian alemán y francés y 2 estudian los tres idiomas. ¿Cuántos alumnos estudian sólo inglés?

K. Áreas

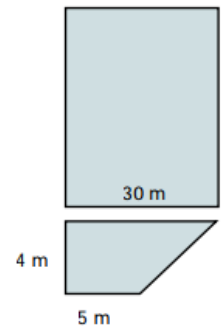
51. Calcula el número de árboles que se pueden plantar en un campo como el de la figura, de 32 m de largo y 30 m de ancho, si cada árbol necesita para desarrollarse 4 m^2 .



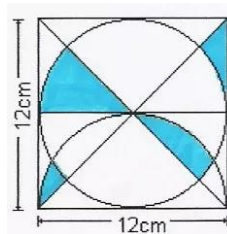
52. Calcular: a) La longitud de las diagonales de un rombo inscrito en un rectángulo de 210 cm^2 de área y 30 cm de largo. b) El área del rombo. c) ¿Qué relación existe entre el área del rectángulo y la del rombo inscrito en él?



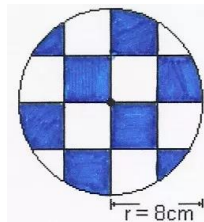
53. Una piscina tiene 210 m^2 de área y está formada por un rectángulo para los adultos y un trapecio para los niños. Observa el dibujo y calcula: el área de cada zona de la piscina y longitud de la piscina de adultos.



54. Hallar el área sombreada de la siguiente figura



55. Hallar el área sombreada de la siguiente figura



L. Lógica

56. De cuatro corredores de atletismo se sabe que C ha llegado inmediatamente detrás de B, y D ha llegado en medio de A y C. ¿Podría Vd. calcular el orden de llegada?
57. Seis amigos desean pasar sus vacaciones juntos y deciden, cada dos, utilizar diferentes medios de transporte; sabemos que Alejandro no utiliza el coche ya que éste acompaña a Benito que no va en avión. Andrés viaja en avión. Si Carlos no va acompañado de Darío ni hace uso del avión, podría Vd. decirnos en qué medio de transporte llega a su destino Tomás.
58. Tenemos cuatro perros: un galgo, un dogo, un alano y un podenco. Éste último come más que el galgo; el alano come más que el galgo y menos que el dogo, pero éste come más que el podenco. ¿Cuál de los cuatro será más barato de mantener?.

59. Un capitán en el Caribe fue rodeado por un grupo de serpientes marinas, muchas de las cuales eran ciegas. Tres no veían con los ojos a estribor, 3 no veían nada a babor, 3 podían ver a estribor, 3 a babor, 3 podían ver tanto a estribor como a babor, en tanto que otras 3 tenían ambos ojos arruinados. ¿Cuál es el mínimo número de serpientes necesarias para que con ellas se den todas esas circunstancias?
60. El caballo de Mac es más oscuro que el de Smith, pero más rápido y más viejo que el de Jack, que es aún más lento que el de Willy, que es más joven que el de Mac, que es más viejo que el de Smith, que es más claro que el de Willy, aunque el de Jack es más lento y más oscuro que el de Smith. ¿Cuál es el más viejo, cuál el más lento y cuál el más claro?

M. Técnicas de conteo

61. Tres libros franceses, cuatro españoles y dos italianos van a ser colocados en un estante (en fila) de modo que los libros de un mismo idioma queden juntos. ¿De cuántas formas diferentes se puede hacer esto?
62. En un examen se ponen 8 temas para que el alumno escoja 5. ¿Cuántas selecciones distintas puede hacer el alumno?
63. Al reunirse cierto número de personas se dan la mano para saludarse, si en total se dieron 105 apretones de mano. ¿Cuántas personas se saludaron?
64. Cuatro chicos son enviados al director del colegio por alborotar la clase. Para esperar su castigo, tienen que alinearse en fila ante la puerta del despacho. ¡Ninguno quiere ser el primero, desde luego!. Supongamos que los niños se llaman Andrés, Benito, Carlos y Daniel (los llamaremos A, B, C y D). Queremos escribir todos los órdenes posibles en que podrían alinearse. Por ejemplo: para el orden A B C D , 1o 2o 3o 4o escribiremos ABCD, ¿Cuántas formas diferentes hay en total?
65. Un niño tiene cuatro coches de colores diferentes (azul, blanco, verde y rojo) y decide regalárselos a sus hermanos Fernando, Luis y Teresa. ¿De cuántas formas diferentes puede regalar los coches a sus hermanos? Ejemplo: podría dar los cuatro coches a su hermano Luis.

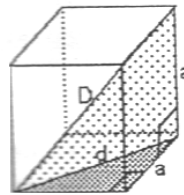
N. Inecuaciones

66. Una furgoneta pesa 875 kg. La diferencia entre el peso de la furgoneta vacía y el peso de la carga que lleve no debe ser inferior que 415 kg. Si hay que cargar cuatro cajones iguales, ¿cuánto puede pesar, como máximo, cada uno de ellos para poder llevarlos en esa furgoneta?.
67. Una fábrica paga a sus viajantes \$10 por artículo vendido más una cantidad fija de \$500. Otra fábrica de la competencia paga \$15 por artículo y \$300 fijas. ¿Cuántos artículos debe vender el viajante de la competencia para ganar más dinero que el primero?.
68. Álvaro estudio para una prueba 3 horas más que Fernando y en conjunto estudiaron a lo menos 15 horas. ¿Cuál es el mínimo de horas que pudo haber estudiado cada uno?
69. El número de alumnos de un aula es menor que 240 y mayor que 100; se observa que los $\frac{2}{7}$ del total usan anteojos y los $\frac{5}{13}$ son alumnos de ciencia. La suma de los alumnos que usan anteojos con los de la especialidad de ciencia, será:

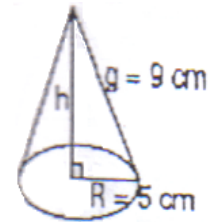
70. Un juego consiste en lanzar un dado x veces. Si la diferencia entre el máximo y el mínimo puntaje que se puede obtener es mayor que x^2+x . ¿Cuál es el máximo valor de x ?

O. Volúmenes

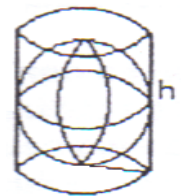
71. Hallar la diagonal de un cubo cuya arista mide 3 cm.



72. Hallar el volumen de un cono si la generatriz vale 9 cm y el radio de la base 5 cm.



73. Se tiene una esfera situada dentro de un cilindro de manera que el cilindro tiene de altura y diámetro el diámetro de la esfera. Determinar la relación entre el volumen de la esfera y el volumen lateral del cilindro.



74. El contenido de un tanque piramidal de base hexagonal regular de 5 m de arista y 2 m. de radio, se desea cambiar a otro tanque de forma cónica. Si ambos depósitos tienen la misma altura, ¿cuál debe ser el radio del cono?

75. Con una esfera de oro macizo de 1 kg. Se quieren sacar anillos con radio interior de 8 mm., espeso de 1 mm. Y altura de 1 cm. ¿Cuántos anillos resultará?

P. Datos Agrupados

76. Los datos que se dan a continuación corresponden a los pesos en Kg. de ochenta personas: (a) Obténgase una distribución de datos en intervalos (b) Calcúlese el porcentaje de personas de peso menor que 65 Kg. (c) ¿Cuántas personas tienen peso mayor o igual que 70 Kg. pero menor que 85? D) halle las m.t.c.

- 60; 66; 77; 70; 66; 68; 57; 70; 66; 52; 75; 65; 69; 71; 58; 66; 67; 74; 61; 63;
 69; 80; 59; 66; 70; 67; 78; 75; 64; 71; 81; 62; 64; 69; 68; 72; 83; 56; 65; 74;
 67; 54; 65; 65; 69; 61; 67; 73; 57; 62; 67; 68; 63; 67; 71; 68; 76; 61; 62; 63;
 76; 61; 67; 67; 64; 72; 64; 73; 79; 58; 67; 71; 68; 59; 69; 70; 66; 62; 63; 66

77. Se han medido 75 alumnos, en centímetros, obteniéndose los siguientes datos:

- 175 156 172 159 161 185 186 192 179 163 164 170 164 167 168 174 172 168 176 166 167 169 182 170 169
 167 170 162 172 171 174 171 155 171 171 170 157 170 173 173 174 168 166 172 172 158 159 163 163 168
 174 175 150 154 175 160 175 177 178 180 169 165 180 166 184 183 174 173 162 185 189 169 173 171 173

Agrupar estos resultados en 8 intervalos y confecciona una tabla de frecuencias y calcula las medidas de tendencia central.

78. En la tabla se muestra el número de hermanos de un grupo de personas.

- Calcular las m.t.c.
- Cuántas personas tienen $3 < \# \text{ hermanos} \leq 9$?
- Que porcentaje de personas tienen $4 \leq \# \text{ hermanos} < 10$?

Intervalos	x_i	f_i	h_i	F_i	H_i	$x_i \cdot f_i$
[0; 2)	1	6	0,12	6	0,12	6
[2; 4)	3	11	0,22	17	0,34	33
[4; 6)	5	10	0,20	27	0,54	50
[6; 8)	7	6	0,12	33	0,66	42
[8; 10]	9	10	0,20	43	0,86	90
[10; 12]	11	7	0,14	50	1,00	77
Totales		50	1			298

79. En una cierta ciudad, se registra el número de nacimientos ocurridos por semana durante las 52 semanas del año, siendo los siguientes los datos obtenidos:

6 4 2 8 18 16 10 6 7 5 12 8 9
 12 17 11 9 16 19 18 18 16 14 12 7 10
 3 11 7 12 5 9 11 15 9 4 1 6 11
 7 8 10 15 3 2 13 9 11 17 13 12 8

Agrupar estos resultados en intervalos y confeccionar una tabla de frecuencias y calcular las medidas de tendencia central.

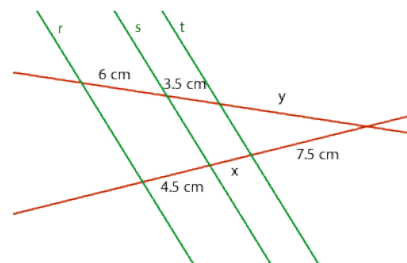
80. En la tabla se muestra el peso en kg de un grupo de personas.

- Calcular las m.t.c.
- Cuántas personas $40 \leq \text{peso en kg} \leq 80$?
- Qué porcentaje de personas $40 < \text{peso en kg} < 70$?

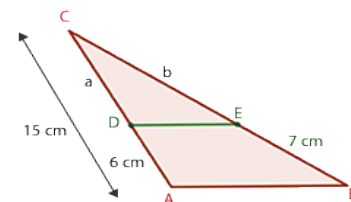
Variable Peso	frec. abs. f	frec. acum. fa	Marca de clase xi	f · xi
30 - 40	4	4	35	140
40 - 50	8	12	45	360
50 - 60	15	27	55	825
60 - 70	10	37	65	650
70 - 80	2	39	75	150
80 - 90	1	40	85	85

Q. Teorema de Tales y Teorema de Pitágoras

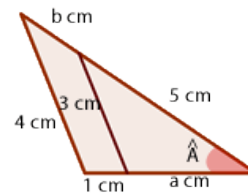
81. Sabiendo que las rectas r, s y t son paralelas, las longitudes que faltan son:



82. Sabiendo que el segmento DE es paralelo a la base del triángulo, las medidas de los segmentos a y b son...



83. Sabiendo que los segmentos que miden 3 cm y 4 cm son paralelos, calcular a y b.



84. ¿Cuál es la altura del montón de libros situado sobre el césped?



85. Observando la escalera que aparece en el dibujo calcula la longitud de la cuerda que une los peldaños de la escalera con su parte posterior.



R. TAREAS

86. Una pileta se llenó en 3 días dejando abiertas 2 canillas que arrojan 20 litros por hora, durante 6 horas diarias. ¿cuántos días se precisarán para llenar la misma pileta si se dejan abiertas, durante 5 horas diarias, 4 canillas que arrojan 18 l por hora?
87. Cuatro libros distintos de matemáticas, seis diferentes de física y dos diferentes de química se colocan en un estante. ¿De cuántas formas distintas es posible ordenarlos?, si los libros de cada asignatura deben estar todos juntos.
88. Los estudiantes A y B tienen respectivamente probabilidades $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{5}$ de suspender un examen. La probabilidad de que suspendan el examen simultáneamente es de $\frac{1}{10}$. Determinar la probabilidad de que al menos uno de los dos estudiantes suspenda el examen.
89. Un videoclub está especializado en películas de tres tipos: infantiles, oeste americano y terror. Se sabe que: El 60% de las películas infantiles más el 50% de las del oeste representan el 30% del total de las películas. El 20% de las infantiles más el 60% de las del oeste más del 60% de las de terror al representan la mitad del total de las películas. Hay 100 películas más del oeste que de infantiles. Halla el número de películas de cada tipo.
90. A un empleado de un comercio le ofrecen dos ofertas de sueldo. Primera oferta: 150.000 pesetas de sueldo base y 250 pesetas por cada prenda vendida. Segunda oferta: 200.000 pesetas de sueldo base y 150 pesetas por cada prenda vendida. ¿En qué condiciones la primera oferta es más beneficiosa que la segunda?