

## Ejercicios del capítulo 2 (módulo 5)

1. Simplifique  $\sqrt[3]{ab^{-1}c^{-2}} (a^{-1}b^{-2}c^{-4})^{-\frac{1}{6}}$ . RTA:  $a^{\frac{1}{2}}$ .
2. Simplifique  $\frac{3^{-1} + 2^{-1}}{2^{-1} - 3^{-1}}$ .
3. Simplifique  $\left[ \frac{\sqrt[n]{x^{2n}}}{x} + (x^{n^2-1})^{\frac{n}{n-1}} \right] \div [x + x^{n^2+n}]$ . RTA: 1.
4. Simplifique  $\left( \frac{a^{-2} + a^{-1} \cdot b^{-1}}{a^{-2} - a^{-1} \cdot b^{-1}} \right)^{-1}$ .
5. Simplifique  $\left( \frac{9^n + 27^n}{3^n + 9^n} \right)^{\frac{1}{n}}$ . RTA: 3.
6. Simplifique  $\frac{2^{n+1}}{(2^n)^{n-1}} \div \frac{4^{n+1}}{(2^{n-1})^{n+1}}$ .
7. Simplifique  $\left[ \left( \frac{x^{a^2-b^2}}{\sqrt[3]{x^{a^2-ab^2}}} \right)^{\frac{1}{a}} a^{3(a+b)} \right]^n$ . RTA:  $a^{3n(a+b)}$ .
8. Simplifique  $\left[ \frac{x^{m^2}}{x^{2m-1}} \right]^{\frac{1}{m-1}}$ .
9. Simplifique  $\sqrt[5]{\left( \frac{a^{-3}b^2}{b^{-2}a^3} \right)^{-1}} \cdot \left( \frac{b^{-2}a^2}{a^{-2}b^2} \right)^{-\frac{1}{4}}$ . RTA:  $a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}$ .
10. Racionalice la siguiente expresión:  $\frac{2\sqrt{m}}{\sqrt{m} + 3\sqrt{n}}$ .
11. Simplifique  $\frac{2^{n+1}}{(2^n)^{n-1}} \div \frac{4^{n+1}}{(2^{n-1})^{n+1}}$ . RTA:  $\frac{1}{4}$ .
12. Racionalice la siguiente expresión:  $\frac{1}{\sqrt[3]{0.008}}$ .
13. Simplifique  $\frac{3^{n+4} - 6 \cdot 3^{n+1}}{7 \cdot 3^{n+2}}$ . RTA: 1.
14. Racionalice la siguiente expresión:  $\frac{2}{3 - \sqrt{2}}$ .

15. Simplifique  $\frac{2^x \cdot 4^{x+1}}{3 \cdot 8^x} \cdot \frac{3^{4x}}{16} \cdot \frac{36}{81^x} (2^{2x} + 4^x)^{-3}$ . RTA:  $\frac{3}{2^{6x+3}}$ .
16. Efectúe las siguientes operaciones y escribalas en la forma más simple:  $\frac{3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^{n-2}}{2^n - 2^{n-1}}$ .
17. Simplifique  $\left[ 2 + \frac{ae^{4x} - ae^{-4x}}{(e^x - e^{-x})(ae^x + ae^{-x})} \right]^{\frac{1}{2}} \div \left[ \frac{(e^x + e^{-x})^2}{(e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2} \right]^{\frac{1}{2}}$ . RTA: 2.
18. Efectúe las siguientes operaciones y escribalas en la forma más simple:  $\frac{(x+y)^2 \cdot \sqrt{x^2 - y^2}}{(x-y)^{\frac{1}{2}}}$ .
19. Simplifique  $\frac{(3^{2a})^{a-1} \cdot (81^a)^{2-a} \cdot 243^{a(a-1)}}{3^{a+1} \cdot (27^{a-1})^{a+1}}$ . RTA: 9.
20. Efectúe las siguientes operaciones y escribalas en la forma más simple:  $\frac{3^{n+4} - 6 \cdot 3^{n+1}}{7 \cdot 3^{n+2}}$ .
21. Simplifique  $\left[ \frac{(5^2)^2 \div 5^{n^2}}{225(5^n)^{n+1}} \div \frac{(3^n)^{n-1}}{(3^2)^3 \div 3^{n^2}} \right] \left[ \frac{5^{n(2n+1)}}{3^{n(1-2n)}} \right]$ . RTA: 2.025.
22. Simplifique completamente  $\frac{(m+n)^{-1} - (m-n)^{-1}}{(m+n)^{-1} + (m-n)^{-1}}$ .
23. Simplifique y racionalice  $\frac{\sqrt[3]{(b^2 - c^2)(b-c)}}{\sqrt[3]{(b+c)^2}}$ . RTA:  $\frac{\sqrt[3]{(b^2 - c^2)^2}}{(b+c)}$ .
24. Demuestre que  $\frac{n}{1-x^n} + \frac{n}{1-x^{-n}} = n$ .
25. Simplifique y racionalice  $\sqrt{\frac{x-3y}{x+3y}} + \sqrt{\frac{x+3y}{x-3y}}$ . RTA:  $\frac{2x\sqrt{x^2-9y^2}}{x^2-9y^2}$ .
26. Demuestre que  $\sqrt[n]{\frac{4^n \cdot 6}{4^{2n+1} + 2^{4n+1}}} = \frac{1}{4}$ .
27. Racionalice  $\frac{y^2}{x + \sqrt{x^2 - y^2}}$ . RTA:  $x - \sqrt{x^2 - y^2}$ .
28. Demuestre que  $\frac{2^{n+3} - 2^n + 7}{2^{n+1} - 2^n + 1} = 7$ .

29. Racionalice  $\frac{2\sqrt{a+b}+3\sqrt{a-b}}{2\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b}}$ . RTA:  $\frac{(7a+b+8\sqrt{a^2-b^2})}{3a+5b}$ .

30. Racionalice  $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}-\sqrt{7}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7}}$ .

31. Racionalice  $\frac{2+2\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ . RTA:  $1-\sqrt{2}+\sqrt{3}$ .

32. Demuestre que  $\frac{1}{1+x^{m-n}} + \frac{1}{1+x^{n-m}} = 1$ .

33. Racionalice  $\frac{3+\sqrt{6}}{5\sqrt{3}-2\sqrt{12}-\sqrt{32}+\sqrt{50}}$ . RTA:  $\sqrt{3}$ .

34. Simplifique completamente  $\frac{3\sqrt{8} + 5\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$ .

35. Racionalice  $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ . RTA:  $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{15}}{3}$ .

36. Simplifique completamente  $\frac{x^{4m} - x^{4n}}{x^{2m} + x^{2n}}$ .

37. Racionalice  $\frac{1}{2-\sqrt[3]{3}}$ . RTA:  $\frac{2(4+\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9})}{5}$ .

38. Simplifique completamente  $\frac{(m+n)^{-1} - (m-n)^{-1}}{(m+n)^{-1} + (m-n)^{-1}}$ .

39. Racionalice  $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}}$ . RTA:  $\frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}}{x-y}$ .

40. Escriba en la forma más simple  $\left[ \frac{9^{\frac{n+1}{4}} \cdot \sqrt{3} \cdot 3^n}{3 \cdot \sqrt{3^{-n}}} \right]^{\frac{1}{n}}$ .

41. Racionalice  $\frac{1}{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}}$ . RTA:  $\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}$ .

42. Demuestre que  $\left[ \frac{\sqrt{p+q}-\sqrt{p-q}}{\sqrt{p+q}+\sqrt{p-q}} \right]^{-1} \cdot \left[ \frac{p+\sqrt{p^2-q^2}}{p} \right]^{-1} = \frac{p}{q}$ .