

Taller Potenciación Noveno - 2015

OBJETIVO:

- Entender el significado de la expresión a^n y conocer las propiedades de los exponentes.

Propiedades

Para los números reales a, b y los enteros m, n :

Propiedad	Ejemplo
a) $a^m a^n = a^{m+n}$	$2^3 2^4 = 2^{3+4} = 2^7 = 128$
b) $(a^m)^n = a^{mn}$	$(2^3)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12} = 4096$
c) $(ab)^n = a^n b^n$	$20^3 = (2 \cdot 10)^3 = 2^3 \cdot 10^3 = 8 \cdot 1000 = 8000$
d) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$
e) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3} = 2^2 = 4$
f) $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$, $\frac{a^{-m}}{b^{-n}} = \frac{b^n}{a^m}$	$\frac{2^3}{2^5} = \frac{1}{2^{5-3}} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$ $\frac{2^{-3}}{2^{-5}} = \frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3} = 2^2 = 4$
g) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{4^2}{3^2} = \frac{16}{9}$

I. Expresar el número en la forma $\frac{a}{b}$, donde a y b son enteros.

1. $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$ 2. $(-3)^3$ 3. $\frac{2^{-3}}{3^{-2}}$ 4. $-2^4 + 3^{-1}$ 5. $\frac{2^0 + 0^2}{2 + 0}$ 6. $\frac{2^4 \cdot 4^2 \cdot 2^{-3} \cdot 4^{-3}}{4^{-1} \cdot 2^{-1} \cdot 4^{-1} \cdot 2^2}$

II. Simplificar y escribir la respuesta sin exponentes negativos:

1. $\left(\frac{1}{2}x^4\right)(16x^5)$ 2. $(3x^{-2})(4x^4)$ 3. $\frac{(2x^3)(3x^2)}{(x^2)^3}$ 4. $\left(\frac{1}{6}a^5\right)(-3a^2)(4a^7)$

5. $\frac{(6x^3)^2}{(2x^2)^3}$ 6. $\left(\frac{4a^2b}{a^3b^2}\right)\left(\frac{5a^2b}{2b^4}\right)$ 7. $(-2xy^2)^5\left(\frac{x^7}{8y^3}\right)$ 8. $\left(\frac{1}{3}x^4y^{-3}\right)^{-2}$

9. $(-2r^4s^{-3})^{-2}$ 10. $\left(\frac{(ab^2)^{-1}}{(ba^2)^{-2}}\right)^{-1}$ 11. $(a^{-1} + b^{-1})^{-1}$ 12. $\frac{2^{-2}}{1 + \frac{3^{-1}}{1 + 3^{-1}}}$

13. $\left(\frac{2x^2y}{xy^{-2}z^2}\right)^4$ 14. $(1 - (1+x)^{-1})^{-1}$ 15. $\left(\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{4} + \frac{4}{3}\right)^{-1}\right)^{-1}$ 16. $\frac{3^{-1} - 2^{-2}}{3^{-1} + 2^2}$

17. $\frac{2^4 \cdot 3^{-3} \cdot 3^{-2} \cdot 2^{-1}}{3^{-5} \cdot 2^2 \cdot 2^0 \cdot 3^{-1}}$ 18. $\frac{2^{-5} \cdot 5^2 \cdot 2^4 \cdot 5^{-3}}{5^{-1} \cdot 2^{-8} \cdot 5^{-2} \cdot 2^{-2}}$ 19. $\frac{2^4 \cdot 6^{-2} \cdot 2^{-3} \cdot 6^{-1}}{2^2 \cdot 2^0 \cdot 6^{-3} \cdot 6^{-2}}$ 20. $\frac{3^{-1} + 2^{-2}}{3^{-1} + 2^2}$

III. En los siguientes ejercicios, simplificar y escribirla respuesta sin exponentes negativos:

$$1. a^{\frac{2}{3}} a^{\frac{3}{4}} \quad 2. \frac{a^{\frac{3}{4}}}{a^{\frac{3}{2}}} \quad 3. \frac{x^{\frac{3}{4}} x^{\frac{5}{6}}}{x^{\frac{1}{4}} x^{\frac{1}{3}}} \quad 4. \frac{x^{-\frac{1}{2}} y^{\frac{2}{3}}}{x^{-\frac{1}{4}} y^{\frac{1}{3}}} \quad 5. \frac{a^{-\frac{1}{4}} b^{-4} c^{\frac{3}{5}}}{a^{\frac{3}{8}} b^{-6} c^{\frac{1}{10}}}$$

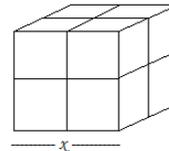
IV. Al simplificar la expresión $\left(\frac{m^4 n^3}{m^2}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{m^{-2} n^3}{27}\right)^{\frac{1}{3}}$, se obtiene:

V. Transformar cada una de las siguientes potencias y expresiones a una potencia de base 10 con un Único exponente:

a) 100^3 b) 1000^2 c) $(10^4)^6$ d) $(1000^3)(10000^2)$

VI. PROBLEMAS

- La medida del ancho de un rectángulo es 10^5 unidades de longitud y la medida del largo es 10^7 unidades. ¿Cuál es el área?
- ¿Cuál es el área de un rectángulo de largo 5^4 m. y ancho 2^4 m.?
- El lado de un cubo mide 10^{-10} mm. ¿Cuántos cubos de ese tamaño caben en un centímetro cúbico?
- Si el área de un rectángulo mide es 10^5 cm. y el largo 10^5 cm. ¿Cuál es el ancho?
- En el primer cuadro de un tablero de ajedrez se coloca un grano de arroz. En el segundo 2. En el tercero 4. En el cuarto 8. Y, así, sucesivamente. ¿Cuántos granos habrá que colocar en el último cuadro?
- En un día, una persona entrega una copia de una oración al Espíritu Santo a 3 de sus amigos. Al día siguiente de recibir la oración, cada uno de los receptores debe entregar copia de ella a cada uno de 3 amigos distintos del que se la envió. ¿Al final del quinto día, cuántas copias de la oración se estarán repartiendo?



- Dado un cubo de lado x ,
 - ¿Cuántos cubos de lado $\frac{x}{2}$, se obtienen del cubo inicial?
 - ¿Cuántos cubos de lado $\frac{x}{4}$, se obtienen del cubo inicial?
- En un almacén hay una pila de cajas de zapatos que tiene 25 cajas de largo, 25 de ancho y 25 de alto. Si cada par se vende en US \$25 ¿Cuánto vale la pila?
- En un cajón hay 12 cajas de lápices cada caja tiene 12 paquetes, cada paquete tiene 12 mazos y cada mazo tiene una docena de lápices. ¿Cuántos lápices hay en el cajón?
- Un edificio tiene 5 pisos, en cada piso hay 5 departamentos con 5 ventanas cada uno. En cada ventana hay 5 macetas con 5 petunias en cada una. Cual es el total de petunias que hay en el apartamento?
- La Hidra de Lerna es un personaje mitológico que aparece en algunas historias, como la de las 12 pruebas de Hércules. La Hidra era un monstruo con 1 cabeza, pero si se le cortaba, le nacían 2 cabezas en su lugar. Si un héroe intentaba vencerla cortándole todas sus cabezas cada día, ¿cuántas cabezas tendría la Hidra el tercer día? ¿y al cabo de 10 días intentando vencerla?
- Un inversionista aumenta, por día, su dinero al triple. Si comenzó con la suma de \$3, ¿cuánto dinero tiene al tercer día?, y al quinto? ¿cuánto tendrá al cabo de 10 días?
- El parque situado enfrente del instituto tiene 8 olivos. En cada olivo hay 8 ramas, y cada rama tiene 8 hojas. ¿Sabrías decir cuántos hojas de olivo hay en el parque?